

Title	多項式ノ既約性ニ就テ
Author(s)	龍澤, 周雄
Citation	全国紙上数学談話会. 67 p.14-p.17
Issue Date	1935-11-22
oaire:version	VoR
URL	<a href="https://doi.org/10.18910/74196">https://doi.org/10.18910/74196</a>
rights	
Note	

*Osaka University Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

## 274. 多項式ノ既約性ニ就テ

龍澤 同 雄 (東大學生)

多項式

$$f(x) = x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_n \dots\dots\dots (1)$$

ノ係數ハスベテ整數デ

$$|a_1| > 1 + |a_2| + \dots\dots\dots + |a_n| \dots\dots\dots (2)$$

ナラバ  $f(x)$  ハ有理數體ニ於テ既約ナルコトハ *Perron* ガ  
証明シタ。

(2)ヲ使ヘバ

$$\text{Min} \left( \left| \frac{a_1}{a_2} \right|, \dots, \left| \frac{a_{n-1}}{a_n} \right| \right) > 2 \dots\dots\dots (3)$$

ナラバ充ル  $f(x)$  ハ既約ナルコトが分ります。若シ  $a_1, \dots, \dots, a_n$  がすべて正ノ整数デアレナラバ (2) ハ更ニ良クスルコトが出来マス。

$$\text{定理} \quad \text{Min} \left( \frac{a_1}{a_2}, \dots, \frac{a_{n-1}}{a_n} \right) > 4^{\frac{1}{n}} \dots\dots\dots (4)$$

ナラバ (1) ハ既約ナル。

$$\text{証明} \quad \varphi(x) = a_1 x^{n-1} + \dots + a_n$$

トオケバ  $\varphi(x) = 0$  ノ根ハ掛谷先生ノ定理ニヨリすべて単位円ノ内部ニアリマス。次ニ

$$\begin{aligned} \varphi(x) \left( 4^{\frac{1}{n}} x - 1 \right) &= a_1 4^{\frac{1}{n}} x^n - (a_1 - a_2 4^{\frac{1}{n}}) x^{n-1} - \dots \\ &\quad \dots - (a_{n-1} - a_n 4^{\frac{1}{n}}) x - a_n \end{aligned}$$

$$|x| = 1 \quad \text{上} = \bar{x}$$

$$\begin{aligned} (4^{\frac{1}{n}} + 1) |\varphi(x)| &\geq a_1 4^{\frac{1}{n}} - (a_1 - a_2 4^{\frac{1}{n}}) - \dots - (a_{n-1} - a_n 4^{\frac{1}{n}}) \\ &\quad - a_n \\ &= (a_1 + \dots + a_n) (4^{\frac{1}{n}} - 1) \end{aligned}$$

(4) ヨリ

$$a_1 > a_n 4^{\frac{n-1}{n}}, \dots, a_{n-1} > a_n 4^{\frac{1}{n}}$$

従ッテ  $|x| = 1 \quad \text{上} = \bar{x}$

$$|\varphi(x)| > \frac{4^{\frac{1}{n}} - 1}{4^{\frac{1}{n}} + 1} \left( 4^{\frac{n-1}{n}} + \dots + 4^{\frac{1}{n}} + 1 \right) a_n$$

$$= \frac{3a_n}{4^{\frac{1}{n}} + 1} \geq a_n \geq 1 \quad (n \geq 2)$$

故  $|x|=1$  上  $= \tau$

$$\left| \frac{x^n}{a_1 x^{n-1} + \dots + a_n} \right| < 1$$

依ッテ Ronché の定理 = ヨッテ  $f(x)=0$  の根ハ單位円ノ内部 =  $n-1$  個ノ根ヲ有スルコトヲナリマス。若シ  $f(x)$  が可約ナラバ次ノ様ニ整係数ノ多項式ノ積トシテ表ハサレル。

$$f(x) = (x^m + b_1 x^{m-1} + \dots + b_m)(x^l + c_1 x^{l-1} + \dots + c_l)$$

$$n = m + l$$

何レカ一方ノ多項式ノ根ハスベテ單位円ノ内部ニ入ルコトニナルガ  $b_m, c_l$  が整数故ニハ不可能デアアル。故ニ  $f(x)$  ハ有理数体ニ於テ既約デアアル。

$4^{\frac{1}{n}}$  ハソレ以下ニ出來ナイ、實際  $x^2 + 2x + 1$  ハ可約デアアルガ  $\frac{2}{1} = 4^{\frac{1}{2}}$  トナツテキル。シカシ此ノ場合ヲ除ケバ  $4^{\frac{1}{n}}$  ハ  $1$  ニ出來ルノデハナイカト思ヒマスが如何ナモノデセウカ。

訂正： 「高橋氏定理ニ就テ」ニ於テ

$$\prod |z_i| \leq e^{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \log \left| \frac{f(e^{i\theta})}{a_0} \right| d\theta} \quad \wedge \leq \tau + \gamma =$$

デアス。

$$\text{ソレハ } \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \log |e^{i\theta} - z_i| d\theta = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \log |e^{i\theta} - z_i| d\theta$$

ヨリ明ラカ。錯覺ヲ起シテ トンダ mistake ヲシマシタ。

ナホコノ方法ハ *Pállya, Szegő* , 問題集 V. 196 参考。